ECOLE NATIONALE DE
LA METEOROLOGIE

CONCOURS 1979
TECHNICIENS

DUREE : 3 heures

Les candidats doivent traiter au choix le sujet A ou le sujet B.

SUJET B

I.- Soit E un plan affine euclidien rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1°) Soit G l'ensemble des applications affines $f_{a,b,c,d}$ de E → E qui au point M(x,y) associent M'(x',y') :

$$x' = ax + by + c \quad \text{avec} \quad (a,d) \in (\mathbb{R}^*)^2$$
$$y' = dy \quad (b,c) \in \mathbb{R}^2$$

a) Montrer que les $f_{a,b,c,d}$ sont bijectives.

b) Déterminer l'ensemble des points qui sont globalement invariants par ces applications.

c) Montrer que G est un groupe pour la loi de composition des applications.

d) Déterminer les applications involutives de G.

e) Déterminer les similitudes directes de G, donner leurs caractéristiques géométriques.

2°) Au point M(x,y) on associe son affixe $z = x + iy$

Soit S l'application de E dans E qui à z associe $z' = 2\bar{z} + 1$ $\bar{z}$ étant le conjugué de z.

Si C est le cercle de centre (0,1) et de rayon 1 construire S(C) image de C par l'application S.

3°) Soient $t \in \mathbb{R}^{+*}$ et f_t l'application de E → E

$$M(x,y) \to M'(x',y')$$

avec $x' = x + \text{Log } t$ (Log: logarithme népérien).

$y' = ty$

On appelle T l'ensemble des applications f_t. Montrer que T est un sous-groupe commutatif de G.

C est le cercle défini en 2°); montrer que $C_t = f_t(C)$ est une conique.

Donner une équation réduite de la conique C_t ainsi obtenue. Déterminer les sommets. Si $t > 1$ construire C_t.

II.- Soit la fonction f : R → R

$x \to f(x)$ définie par

$$\text{Si } x \in]-\infty, -1] \quad f(x) = e^{(2x+2)} + x + 2$$
$$x \in]-1, 0] \quad f(x) = 3x^2 + 2x + 1$$
$$x \in]0, +\infty[\quad f(x) = \text{Log} \left| \frac{x+1}{x-1} \right|$$

1°) Trouver son ensemble de définition D, f est-elle continue sur D ? Etudier la dérivabilité de f sur D.

../..

2°) Etudier f et construire sa courbe représentative (C) dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ orthonormé. On notera sur le graphe tout ce qui a été trouvé au 1°).

3°) Soit B le point d'intersection de la courbe avec l'axe des x d'abscisse $x_o < -2$.

On considère $\alpha \leqslant x_o$

Calculer l'aire (arithmétique) $A_{\alpha,\beta}$ du domaine

$$E = \{ M(x,y),\ \beta \leqslant x \leqslant \alpha \quad \text{et} \quad x + 2 \leqslant y \leqslant f(x) \}$$

Déterminer $\lim A_{\alpha,\beta}$ quand $\beta \to -\infty$.

III.- On possède deux urnes A et B

A contient 6 boules : deux boules marquées 1
deux boules marquées 2
deux boules marquées 3

B contient également 6 boules :
trois boules marquées 1
une boule marquée 2
deux boules marquées 3

On tire une boule dans chaque urne et l'on suppose que chaque couple de boules a la même probabilité d'être tiré.

1°) Quelle est la probabilité d'obtenir 3 comme somme des nombres écrits ?

2°) On considère la variable aléatoire X qui, à chaque couple de boules associe la somme des nombres écrits sur ces boules.

- Donner la loi de probabilité de X.

- Calculer l'espérance mathématique et l'écart type de X.

3°) On lance une pièce de monnaie. Si on obtient "pile" on tire une boule dans l'urne A, si on obtient "face" on tire une boule dans l'urne B.

Quelle est la probabilité pour obtenir une boule marquée 3 au premier tirage ? ("pile" et "face" sont supposées équiprobables).

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail